CAPITOLO 3 - La interpretazione e comparazione dei dati riferiti ai fenomeni aziendali.

3

Comparare dati relativi a fenomeni aziendali

✓ Per confrontare i risultati dell'azienda con *standard* di riferimento (ad esempio con i risultati medi del settore di riferimento o quelli delle aziende leader)

✓ Per valutare la variazione nel tempo della performance aziendale

✓ Per analizzare la relazione del fenomeno di interesse con altri fenomeni

✓…..

Comparazioni sensate?

"Lombardia e Campania sono le regioni più colpite dai furti d'auto"

"L'azienda A (di grande dimensione) è più soggetta a incidenti sul lavoro rispetto all'azienda B (di media o piccola dimensione)"

Tali deduzioni **non hanno senso** se basate sul confronto del **numero assoluto** di furti e di incidenti sul lavoro. **Perché?**

Per effettuare comparazioni sensate occorre confrontare **non valori assoluti** ma opportuni **rapporti.**

Alcuni concetti preliminari per la comparazione

Comparazioni di **frequenza** o di **intensità**:

- ✓ Di uno **stesso fenomeno** rilevato in circostanze diverse o di **fenomeni diversi** legati da un qualche nesso logico
- ✓ Di fenomeni **globali** (Es: fatturato di un'azienda)
- ✓ Di fenomeni **complessi** (Es: livello dei prezzi di un insieme di prodotti → misurazione tramite vettore di componenti elementari e successiva sintesi tramite scalare → numero indice sintetico dei prezzi).
- ✓ Con scopo **immediato** (il fenomeno > = < rispetto ad uno standard di riferimento o ad una circostanza), **investigativo** (quali cause e fattori determinano la differenza tra i dati comparati), **indiziario** (per inferire sui possibili valori di un altro fenomeno)

Metodi statistici di eliminazione o di scomposizione

✓ **Eliminazione**: consentono di eliminare l'effetto della diversa dimensione demografica dei fenomeni posti a confronto (Es: comparazione tra furti per abitante anziché tra numero di furti).

✓ **Scomposizione:** consentono di evidenziare in quale misura le diverse componenti di un fenomeno ne influenzano la variazione (Es: la variazione della spesa per addetti è "scomponibile" nella variazione del numero di addetti e nella variazione della remunerazione del lavoro)

Differenze assolute e relative

Differenza assoluta

$$d_a = (x_t - x_{(t-1)})$$

Intensità o frequenza di *x* al tempo t

Intensità o frequenza di *x* al tempo t-1

d_a è espressa nell'unità di misura della *x* . La differenza di 1 Kg ha lo stesso significato nella comparazione del peso di adulti e di neonati?

Differenza relativa

$$d_{r1} = \frac{(x_t - x_{(t-1)})}{x_{(t-1)}} \qquad d_{r2} = \frac{(x_t - x_{(t-1)})}{x_t} \qquad d_{r3} = \frac{(x_t - x_{(t-1)})}{\frac{1}{2}(x_{(t-1)} + x_t)}$$

Variazioni relative e Rapporti statistici

Variazioni assolute e relative annue del prezzo di un bene, anni 2008-2010

Anni	p	p_t-p_{t-1}	$(p_t-p_{t-1})/p_{t-1}$
2008	1,95	-	-
2009	2,20	0,25	0,13
2010	2,49	0,29	0,13

$$d_{r1} = \frac{\left(x_t - x_{(t-1)}\right)}{x_{(t-1)}} = r_1 - 1 \quad \Rightarrow \quad r_1 = \frac{x_t}{x_{(t-1)}}$$

Comparare i fenomeni attraverso le **differenze relative**, equivale a ragionare in termini di **rapporti.**

Rapporti statistici specifici

i \ j	1	…	j	…	m	totale
1	x_{11}	…	x_{1j}	…	x_{1m}	$x_{1.}$
…	…	…	…	…	…	…
i	x_{i1}	…	x_{ij}	…	x_{im}	$x_{i.}$
…	…	…	…	…	…	…
n	x_{n1}	…	x_{nj}	…	x_{nm}	$x_{n.}$
totale	$x_{.1}$	…	$x_{.j}$	…	$x_{.m}$	$x_{..}$

X_{ij}: dato di **frequenza** o di **intensità** rilevato secondo le modalità **i** e **j** di due caratteri X e Y

$$q_{ij} = \frac{y_{ij}}{x_{ij}}$$

RAPPORTO SPECIFICO: prende in considerazione specifiche modalità di entrambi i caratteri

PEARSON

Rapporti statistici generici

RAPPORTI GENERICI: fanno riferimento a somme o valori medi riferiti a più modalità di uno o entrambi i caratteri.

i \ j	1	…	j	…	m	totale
1	x_{11}	…	x_{1j}	…	x_{1m}	$x_{1.}$
…	…	…	…	…	…	…
i	x_{i1}	…	x_{ij}	…	x_{im}	$x_{i.}$
…	…	…	…	…	…	…
n	x_{n1}	…	x_{nj}	…	x_{nm}	$x_{n.}$
totale	$x_{.1}$	…	$x_{.j}$	…	$x_{.m}$	$x_{..}$

Elementi colonna marginale

$$q_i = \frac{\sum_{j=1}^{m} y_{ij}}{\sum_{j=1}^{m} x_{ij}}$$

Elementi riga marginale

$$q_j = \frac{\sum_{i=1}^{n} y_{ij}}{\sum_{i=1}^{n} x_{ij}}$$

PEARSON

Rapporti statistici condizionati

i \ j	1	…	j	…	m	totale
1	x_{11}	…	x_{1j}	…	x_{1m}	$x_{1.}$
…	…	…	…	…	…	…
i	x_{i1}	…	x_{ij}	…	x_{im}	$x_{i.}$
…	…	…	…	…	…	…
n	x_{n1}	…	x_{nj}	…	x_{nm}	$x_{n.}$
totale	$x_{.1}$	…	$x_{.j}$	…	$x_{.m}$	$x_{..}$

Condizionati a particolari valori di *i*

$$c_{j|i\cdot} = \frac{x_{ij}}{\sum_j x_{ij}} = \frac{x_{ij}}{x_{i\cdot}}$$

Condizionati a particolari valori di *j*

$$c_{i|j} = \frac{x_{ij}}{\sum_i x_{ij}} = \frac{x_{ij}}{x_{\cdot j}}$$

PEARSON

Alcune tipologie di rapporti statistici

I RAPPORTI DI COMPOSIZIONE

Si ottengono rapportando una intensità (o una frequenza) parziale all'intensità (o frequenza) totale

Finalità: consentono di confrontare il contributo di ciascuna categoria alla numerosità totale (frequenze relative) o all'ammontare totale della grandezza osservata.

PEARSON

Esempio di rapporti di composizione

Qualifica profess.	Classe di età						Totale	
	15-35		36-55		56-70			
	Spesa pers.	Nr. dip.	Spesa pers.	Nr. dip.	Spesa pers.	Nr. dip.	Spesa pers.	Nr. dip.
Dirigenti	183	2	917	10	1.009	11	2.110	23
Quadri	474	10	1.328	28	948	20	2.750	58
Impiegati	2.950	101	5.170	177	2.278	78	10.398	356
Operai	2.487	98	4.569	180	863	34	7.919	312
Totale	6.095	211	11.983	395	5.099	143	23.177	749

Rapporti di composizione

Qualifica profess.	Classe di età						Totale	
	15-35		36-55		56-70			
	Spesa pers.	Nr. dip.	Spesa pers.	Nr. dip.	Spesa pers.	Nr. dip.	Spesa pers.	Nr. dip.
Dirigenti	0,8%	0,3%	4,0%	1,3%	4,4%	1,5%	9,2%	3,1%
Quadri	2,0%	1,3%	5,7%	3,8%	4,1%	2,7%	11,8%	7,8%
Impiegati	12,7%	13,5%	22,3%	23,6%	9,8%	10,4%	44,8%	47,5%
Operai	10,7%	13,1%	19,7%	24,0%	3,7%	4,5%	34,2%	41,6%
Totale	26,2%	28,2%	51,7%	52,7%	22,0%	19,1%	100,0%	100,0%

PEARSON

Esempio di rapporti di composizione condizionati

Qualifica profess.	Classe di età				Classe di età			
	15-35	36-55	56-70	Totale	15-35	36-55	56-70	Totale
	Percentuali di riga				Percentuali di colonna			
Dirigenti	8,70%	43,48%	47,83%	**100%**	0,95%	2,53%	7,69%	3,07%
Quadri	17,24%	48,28%	34,48%	**100%**	4,74%	7,09%	13,99%	7,74%
Impiegati	28,37%	49,72%	21,91%	**100%**	47,87%	44,81%	54,55%	47,53%
Operai	31,41%	57,69%	10,90%	**100%**	46,45%	45,57%	23,78%	41,66%
Totale	28,17%	52,74%	19,09%	**100%**	**100%**	**100%**	**100%**	**100%**

Percentuali di colonna: distribuzione dei dipendenti per qualifica professionale, nell'ambito di ciascuna fascia di età.

Percentuali di riga: distribuzione dei dipendenti per fascia di età, nell'ambito di ciascuna delle quattro qualifiche professionali.

PEARSON

I RAPPORTI DI COESISTENZA

Si ottengono rapportando una intensità (o una frequenza) registrata da uno stesso fenomeno in corrispondenza di modalità distinte, oppure tra i dati registrati da fenomeni distinti ma coesistenti.

Finalità: mettono in evidenza lo "squilibrio" di una modalità di un fenomeno rispetto ad un'altra o di un fenomeno rispetto ad un altro

Esempi:

- rapporto tra importazioni ed esportazioni per un determinato anno, in un determinato Paese.
- rapporto tra le spese sostenute per i dipendenti della fascia di età 15-35 anni e 56-70.
- indice di liquidità.

PEARSON

I RAPPORTI DI DENSITA'

Si ottengono rapportando l'intensità del fenomeno ad una grandezza riguardante un aspetto dimensionale della collettività di riferimento (**rapporti pro capite**).

Finalità: Consentono di comparare fenomeni rilevati su collettività di diversa dimensione

Esempi:

- furti d'auto per residente
- spesa media per consumo delle famiglie
- fatturato per dipendente
- ..

PEARSON

I RAPPORTI DI DERIVAZIONE

Si ottengono rapportando l'intensità del fenomeno Y a quella di un fenomeno X che ne rappresenta il precedente logico o antecedente causale (fenomeno generante).

Finalità: mettono in evidenza in quale misura il fenomeno oggetto di studio deriva dal fenomeno posto al denominatore

Esempi:

- quozienti demografici (numero imprese fallite/numero imprese)
- numero di infortuni per dipendente
- tasso di assenteismo
- ..

PEARSON

Interpretazione di rapporti generici: aggregazione e scomposizione di rapporti

Rapporti di composizione: il rapporto generico è dato dalla somma di rapporti specifici

Qualifica profess.	Classe di età						Totale	
	15-35		36-55		56-70			
	Spesa pers.	Nr. dip.	Spesa pers.	Nr. dip.	Spesa pers.	Nr. dip.	Spesa pers.	Nr. dip.
Dirigenti	**0,8%**	0,3%	**4,0%**	1,3%	**4,4%**	1,5%	**9,2%**	3,1%
Quadri	2,0%	1,3%	5,7%	3,8%	4,1%	2,7%	11,8%	7,8%
Impiegati	12,7%	13,5%	22,3%	23,6%	9,8%	10,4%	44,8%	47,5%
Operai	10,7%	13,1%	19,7%	24,0%	3,7%	4,5%	34,2%	41,6%
Totale	26,2%	28,2%	51,7%	52,7%	22,0%	19,1%	100,0%	100,0%

$$c_{1\cdot} = \frac{\sum_j x_{1j}}{\sum_i \sum_j x_{ij}} = \frac{(x_{11} + x_{12} + x_{13})}{\sum_i \sum_j x_{ij}} = \frac{x_{11}}{\sum_i \sum_j x_{ij}} + \frac{x_{12}}{\sum_i \sum_j x_{ij}} + \frac{x_{13}}{\sum_i \sum_j x_{ij}} = 0{,}8\% + 4{,}0\% + 4{,}4\% = 9{,}2\%$$

PEARSON

Rapporti di densità e di derivazione: il rapporto generico è dato dalla media ponderata di rapporti specifici

$$q_{ij} = \frac{y_{ij}}{x_{ij}}$$

$$\Downarrow$$

$$y_{ij} = q_{ij} \cdot x_{ij}$$

$$q_{.j} = \frac{\sum_{i=1}^{n} y_{ij}}{\sum_{i=1}^{n} x_{ij}} = \frac{\sum_{i=1}^{n} q_{ij} \cdot x_{ij}}{\sum_{i=1}^{n} x_{ij}}$$

PESI:intensità o frequenze del fenomeno generante (nei rapporti di derivazione) o frequenze delle collettività (nei rapporti di densità)

PEARSON

Comparazione di rapporti generici

Le differenze tra due rapporti generici sono imputabili a:

- Diversità nel comportamento di singole unità o gruppi di unità nelle popolazioni poste a confronto (es: diverso tasso di infortuni per qualifica e orario di lavoro dei dipendenti di due reparti)
- Diversità nella "**struttura**" delle popolazioni cui i dati si riferiscono (es: diversa distribuzione degli operai per qualifica professionale e classe di orario di lavoro nei due reparti posti a confronto).

SOLUZIONI: I) Metodo del quoziente tipo

II) Metodo della popolazione tipo

Metodo del quoziente tipo

I rapporti generici posti a confronto, sono calcolati utilizzando quozienti "tipo" o "standard" (possono essere anche quelli di una delle due popolazioni messe a confronto).

$$q_{i.}^{q*} = \frac{\sum_{j=1}^{m} q_{ij}^{*} \cdot x_{ij}}{\sum_{j=1}^{m} x_{ij}} \qquad q_{.j}^{q*} = \frac{\sum_{i=1}^{n} q_{ij}^{*} \cdot x_{ij}}{\sum_{i=1}^{n} x_{ij}} \qquad q_{..}^{q*} = \frac{\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{m} q_{ij}^{*} \cdot x_{ij}}{\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{m} x_{ij}}$$

q_{ij}^{*} Quoziente tipo

La differenza tra i rapporti generici è sostanzialmente imputabile soltanto alle differenze riscontrate nella struttura (pesi) delle rispettive popolazioni

Metodo della popolazione tipo

I rapporti specifici dei due rapporti generici posti a confronto, sono pesati con la struttura di una popolazione presa come "tipo" o "standard" (può essere anche quella di una delle due popolazioni messe a confronto).

$$q_{i.}^{P*} = \frac{\sum_{j=1}^{m} q_{ij} \cdot x_{ij}^{*}}{\sum_{j=1}^{m} x_{ij}^{*}} \qquad q_{.j}^{P*} = \frac{\sum_{i=1}^{n} q_{ij} \cdot x_{ij}^{*}}{\sum_{i=1}^{n} x_{ij}^{*}} \qquad q_{..}^{P*} = \frac{\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{m} q_{ij} \cdot x_{ij}^{*}}{\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{m} x_{ij}^{*}}$$

x_{ij}^{*} Sono i pesi della popolazione tipo

La differenza tra rapporti generici è sostanzialmente imputabile alle differenze riscontrate nei rapporti specifici

PEARSON

Numeri indici: definizioni e notazione

Numeri indici: rapporto statistico che serve a misurare le variazioni relative di un fenomeno quantitativo nel tempo e nello spazio. Nel primo caso si parla di **numeri indici temporali**, nel secondo di **numeri indici spaziali**.

Numeri indici semplici: misurano le variazioni relative a grandezze elementari o globali (prezzo di un bene, fatturato)

Numeri indici sintetici: misurano le variazioni di fenomeni complessi (prezzo di un paniere di prodotti, costo delle materie prime, ecc.)

PEARSON

Numeri indici: notazione

Considerato un generico fenomeno **X** siano:

$\mathbf{X_0}$ intensità di **X** nella situazione 0

$\mathbf{X_t}$ intensità di **X** nella situazione 1

I indica un generico numero indice

$$ {}_0I_1 = \frac{x_1}{x_0} $$

0 = base

1 = situazione di riferimento o corrente (nel caso temporale)

${}_0\boldsymbol{I}_1$ esprime di quanto è variata l'intensità del fenomeno *X* in 1 (situazione corrente) rispetto a 0 (situazione base).

PEARSON

Interpretazione di un numero indice

$$ {}_rI_t \begin{cases} > 1 \Rightarrow & X_t \text{ maggiore di } X_r \\ = 1 \Rightarrow & X_t \text{ uguale a } X_r \\ < 1 \Rightarrow & X_t \text{ minore di } X_r \end{cases} $$

Spesso il rapporto è moltiplicato per potenze di 10, solitamente **100**.

Variazione relativa e numero indice

Non è possibile visualizzare questa immagine.

Esempio: ${}_0I_t$=1,09 → Variazione relativa = 1,09-1= 0,09

PEARSON

Indici a base fissa e a base mobile

Serie di numeri indici a BASE FISSA **base=0**

$_0I_0\ _0I_1\ _0I_2, \ldots {}_0I_t \ldots, {}_0I_n$

La base non varia al variare di "t"

Serie di numeri indici a BASE MOBILE **base=t-1**

$_0I_0\ _0I_1\ _1I_2, \ldots {}_{t-1}I_t \ldots, {}_{n-1}I_n$

I numeri indici a base mobile misurano le variazioni rispetto al periodo precedente (**variazioni congiunturali**)

PEARSON

Esempio di calcolo

anni	t	p_i	numeri indici a base fissa, 2005	Numeri indici a base mobile, base t-1
2005	0	1,65	100,0	-
2006	1	1,68	101,8	101,8
2007	2	1,55	93,9	92,3
2008	3	1,65	100,0	106,5
2009	4	2,10	127,3	127,3

1,55/1,65= 0,939

1,55/1,68=0,923

PEARSON

Proprietà dei numeri indici semplici

1) Identità:
se confrontiamo una situazione temporale con se stessa il numero indice vale 1:

$$ {}_tI_t = \frac{x_t}{x_t} = 1 $$

2) Reversibilità delle basi:
Il numero indice tra t ed s è il reciproco del numero indice tra s ed t:

$$ {}_tI_s = \frac{1}{{}_sI_t} = \frac{1}{\frac{x_t}{x_s}} = \frac{x_s}{x_t} $$

3) Transitività delle basi:

$$ {}_tI_r = {}_tI_q \cdot {}_qI_r = \frac{x_q}{x_t} \cdot \frac{x_r}{x_q} = \frac{x_r}{x_t} $$

PEARSON

Proprietà dei numeri indici semplici

4) Commensurabilità

il numero indice non varia se muta l'unità di misura impiegata per esprimere il fenomeno. Ad esempio un numero indice di prezzo risulta lo stesso a prescindere dal fatto che il prezzo sia espresso in euro, migliaia di euro, in dollari etc..

5) Scomposizione delle cause

Il valore (v) della spesa può essere scomposto nel prodotto delle sue "componenti" elementari **prezzo** e **quantità:**

$$v_t = p_t \cdot q_t$$

Allo stesso modo il numero indice del valore monetario può essere scomposto nel prodotto di un indice di quantità e un indice di prezzo:

$$\frac{v_t}{v_s} = \frac{p_t}{p_s} \cdot \frac{q_t}{q_s}$$

PEARSON

In virtù della **transitività** sono possibili le seguenti operazioni:

- Passare da numeri indici aventi una data base fissa (r) a numeri indici con una diversa base fissa (s):

$$\frac{{}_r I_t}{{}_r I_s} = {}_s I_t$$

- Passare da una serie di numeri indici a base fissa alla corrispondente serie a base mobile:

$$\frac{{}_0 I_t}{{}_0 I_{t-1}} = {}_{t-1} I_t$$

- Passare da una serie di numeri indici a base mobile alla corrispondente serie a base fissa:

$${}_0 I_s = {}_0 I_1 \times {}_1 I_2 \times \ldots \times {}_{s-1} I_s$$

N.B. le ultime due proprietà si riferiscono agli indici NON moltiplicati per 100.

PEARSON

Cambiamento di base e coefficiente di conversione

Per passare da una serie a base fissa alla stessa serie espressa rispetto ad un'altra base, occorre dividere i numeri indici della prima serie per il cosiddetto **coefficiente di conversione**

Nel caso del passaggio dalla serie a base fissa ${}_rI_t$, alla serie a base fissa ${}_sI_t$, il coefficiente di conversione è pari a ${}_rI_s$ ovvero al numero indice in base *r* relativo al periodo che corrisponde alla nuova base *s*.

PEARSON

Esercizio: cambiamento di base

anni	t	numeri indici a base fissa, 2005=100	numeri indici a base fissa, 2007=100
2005	0	100,0	?
2006	1	101,8	?
2007	2	93,9	?
2008	3	100,0	?
2009	4	127,3	?

Coefficiente di conversione

$$ {}_2I_0 = \frac{1}{{}_0I_2} = \frac{1}{0{,}939} = 1{,}065 $$

$$ {}_2I_1 = {}_2I_0 \cdot {}_0I_1 = \frac{{}_0I_1}{{}_0I_2} = \frac{1{,}018}{0{,}939} = 1{,}084 $$

$$ {}_2I_3 = {}_2I_0 \cdot {}_0I_3 = \frac{{}_0I_3}{{}_0I_2} = \frac{1{,}000}{0{,}939} = 1{,}065 $$

$$ {}_2I_4 = {}_2I_0 \cdot {}_0I_4 = \frac{{}_0I_4}{{}_0I_2} = \frac{1{,}273}{0{,}939} = 1{,}355 $$

PEARSON

I tassi medi di variazione

Data una serie storica $x_0, x_1, x_2 \ldots x_T$, la variazione relativa complessiva in tutto il periodo è data da:

$${}_0I_T - 1 = (x_T - x_0) / x_0$$

Le variazioni registrate tra un tempo e l'altro nell'intervallo di tempo considerato, hanno però generalmente entità diversa.

tasso medio di variazione: tasso di variazione che, se applicato a tutti i periodi dell'intervallo, cominciando da x_0, conduce al valore x_T.

PEARSON

Tasso medio semplice (r)

Si ipotizza che x_T sia ottenuto a partire da x_0 attraverso una progressione aritmetica di ragione rx_0

$$x_T = x_0 + \underbrace{rx_0 + rx_0 + \cdots + rx_0}_{\text{K volte}}$$

$$x_T - x_0 = Krx_0 \Rightarrow r = \frac{1}{K}\left(\frac{x_T - x_0}{x_0}\right)$$

Il tasso medio è dato dalla differenza relativa di X nell'intervallo tra 0 e T divisa per il numero dei periodi K.

PEARSON

Tasso medio composto (r')

Si ipotizza che x_T sia ottenuto a partire da x_0 attraverso una progressione geometrica di ragione *1+r'*

$$x_T = x_0(1 + r')^K$$

$$(1 + r')^K = \frac{x_T}{x_0} \Rightarrow r' = \left(\frac{x_T}{x_0}\right)^{\frac{1}{K}} - 1$$

PEARSON

Esercizio: calcolo di tassi medi di variazione

anni	t	p_i	Numeri indici a base fissa. 2005=100	Numeri indici a base mobile. base t-1=100
2005	0	1,65	100,00	-
2006	1	1,68	101,80	101,80
2007	2	1,55	93,90	92,30
2008	3	1,65	100,00	106,50
2009	4	2,10	127,30	127,30

Calcolare il tasso medio di variazione, semplice e composto, registrato dal fenomeno *p* tra il 2005 e il 2009

PEARSON

Calcolo del tasso medio semplice

$$_{2005}I_{2009} = \frac{2,10 - 1,65}{1,65} = 0,273$$

$$r = \frac{1}{K}\left(\frac{x_T - x_0}{x_0}\right) = \frac{1}{4}(0,273) = 0,068$$

Calcolo del tasso medio composto

$$r' = \left(\frac{x_T}{x_0}\right)^{\frac{1}{K}} - 1 = \left(\frac{2.1}{1.65}\right)^{\frac{1}{4}} - 1 = 1,062 - 1 = 0,062$$

PEARSON

I Numeri indici sintetici: definizioni e metodi di calcolo

Nel contesto economico, i numeri indici sono utilizzati per confronti temporali e spaziali di **prezzi** (ad esempio della benzina), di **quantità** prodotte, consumate, importate ecc (ad esempio litri di benzina consumati) e di **valori** monetari (ad esempio della produzione di beni alimentari).

Supponiamo di avere un complesso di prezzi riferiti a **k** beni per un determinato arco temporale di n periodi. Volendo misurare la variazione nel tempo dei prezzi dei **K** beni nel loro complesso, devo calcolare un **numero indice sintetico (o complesso).**

Ipotizziamo che il nostro obiettivo sia calcolare un **indice sintetico dei prezzi** $p_{i,t}$ di **K** merci acquistate dalla collettività **per beni di consumo**: *i* individua la generica merce e *t* il periodo.

PEARSON

I dati: prezzi di un paniere di *k* beni in *n* periodi

Beni	Tempi				
	1	2	t	..	n
0	p_{01}	p_{02}	p_{0t}	..	p_{0n}
1	p_{11}	p_{12}	p_{1t}	..	p_{1n}
2	p_{21}	p_{22}	p_{2t}	..	p_{2n}
i	p_{i1}	p_{i2}	p_{it}	..	p_{in}
..	..	..	..	..	..
k	p_{K1}	p_{K2}	p_{Kt}	..	p_{Kn}

PEARSON

Calcolo indici sintetici: possibili soluzioni

- Indice sintetico = rapporto tra aggregati in valore (costo, spesa…)

- Indice sintetico = media aritmetica **ponderata** degli indici elementari

$$ {}_0I_t = \frac{\sum_{i=1}^{k} \frac{{}_ip_t}{{}_ip_0} \cdot w_i}{\sum_{i=1}^{k} w_i} $$

Per utilizzare la media ponderata è necessario specificare i pesi w_i

PEARSON

Scelta dei pesi

- Ponderazione tramite le **quantità fisiche** (litri di benzina consumata)

- Ponderazione tramite i **valori monetari** (spesa sostenuta per acquistare la benzina)

Consideriamo la variazione dei prezzi tra il tempo *0* e il tempo *t*

<u>Ponderazione mediante quantità</u>

$$ {}_0I_t = \frac{\sum_i \frac{{}_ip_t}{{}_ip_0} \cdot {}_iq_0}{\sum_i {}_iq_0} \quad \text{oppure} \quad {}_0I_t = \frac{\sum_i \frac{{}_ip_t}{{}_ip_0} \cdot {}_iq_t}{\sum_i {}_iq_t} $$

PEARSON

Numeri indici dei prezzi: Laspeyres e Paasche

a) come **medie ponderate**

Indice dei prezzi di Laspeyres

$$\frac{\sum_i \frac{{}_i p_t}{{}_i p_0} \cdot {}_i p_0 \cdot {}_i q_0}{\sum_i {}_i p_0 \cdot {}_i q_0} = \frac{\sum_i {}_i p_t \cdot {}_i q_0}{\sum_i {}_i p_0 \cdot {}_i q_0} = {}_0{}^p I^L{}_t$$

$W_i = {}_i p_0 \cdot {}_i q_0$

Indice dei prezzi di Paasche

$$\frac{\sum_i \frac{{}_i p_t}{{}_i p_0} \cdot {}_i p_0 \cdot {}_i q_t}{\sum_i {}_i p_0 \cdot {}_i q_t} = \frac{\sum_i {}_i p_t \cdot {}_i q_t}{\sum_i {}_i p_0 \cdot {}_i q_t} = {}_0{}^p I^P{}_t$$

$W_i = {}_i p_0 \cdot {}_i q_t$

PEARSON

b) come **rapporto di aggregati**

Per calcolare la variazione della spesa imputabile ai prezzi tra il tempo 0 e il tempo t, possiamo rapportare il valore della spesa ai due tempi considerati **lasciando invariate le quantità acquistate**

Laspeyres

quantità al tempo 0

$$ {}_0^pI_t^L = \frac{\sum_{i=1}^{n} p_{it} q_{i_0}}{\sum_{i=1}^{n} p_{i0} q_{i_0}} $$

Paasche

quantità al tempo t

$$ {}_0^pI_t^P = \frac{\sum_{i=1}^{k} p_{i,t} q_{i,t}}{\sum_{i=1}^{k} p_{i,0} q_{i,t}} $$

PEARSON

Le due formule (Laspeyres e Paasche), pur cogliendo la stessa dinamica dei prezzi, conducono a risultati diversi.

Laspeyres: il consumatore ha un comportamento conservatore cioè, di fronte a mutamenti di prezzo, non modifica la propria struttura dei consumi che infatti rimane quella dell'anno base.

Paasche: riflette una situazione in cui il consumatore, di fronte a variazioni di prezzo, modifica immediatamente i propri consumi adeguandosi alla struttura di consumi dell'anno corrente.

In genere si verifica che $ {}_0^p I_t^L > {}_0^p I_t^P $ data la <u>correlazione negativa</u> tra variazioni di prezzo e variazioni di quantità

PEARSON

L'indice di Fisher

L'indice di Fisher è una media degli indici calcolati secondo le formule di Laspeyres e Paasche.

$$ {}^{p}_{0}I^{F}_{t} = \sqrt{{}^{p}_{0}I^{L}_{t} \cdot {}^{p}_{0}I^{P}_{t}} $$

PEARSON

Proprietà dei numeri indici sintetici: sintesi

Proprietà	Formule numero indice sintetico		
	Laspeyres	Paasche	Fisher
Identità	Sì	Sì	Sì
Reversibilità delle basi	No	No	Sì
Transitività	No	No	No
Commensurabilità	Sì	Sì	Sì
Scomposizione delle cause	No	No	Sì
Determinatezza	Sì	Sì	Sì
Proporzionalità	Sì	Sì	Sì

Proporzionalità: se i prezzi dei k prodotti variano di un fattore *a* l'indice deve variare della stessa proporzione.

Determinatezza: l'indice sintetico non deve annullarsi, tendere all'infinito o a un valore indeterminato qualora si annulli un termine della formula

PEARSON

ESERCIZIO - Riprendiamo l'esempio e calcoliamo per il 2007 con base 2005: i) gli indici dei prezzi e delle quantità secondo L, P e F ; ii) l'indice di valore per la spesa complessiva

TABELLA 3

	2005		2006		2007	
	prezzi	quantità	prezzi	quantità	prezzi	quantità
bene1	1,5	11	1,8	7,5	1,9	4
bene2	6,3	10	6,5	8	7	6
bene3	3,5	12	3,8	10	4,2	6,5

Per fini di calcolo conviene far riferimento alle formule degli indici viste come **RAPPORTI DI AGGREGATI** e quindi impostare il calcolo come nella tabella che segue:

PEARSON

	$p_{05}q_{05}$	$p_{05}q_{07}$	$p_{07}q_{05}$	$p_{07}q_{07}$
bene1	16.5	6	20.9	7.6
bene2	63	37.8	70	42
bene3	42	22.75	50.4	27.3
Totale	121.5	66.55	141.3	76.9

I diversi numeri indici possono essere calcolati facilmente utilizzando i totali di tabella. Ad esempio:

$$ {}_{05}^{p}I_{07}^{L} = \frac{\sum p_{07} \cdot q_{05}}{\sum p_{05} \cdot q_{05}} = \frac{141.3}{121.5} = 1.163 $$

PEARSON

Soluzioni

$$ {}_{05}^{p}I_{07}^{L} = \frac{\sum p_{07} \cdot q_{05}}{\sum p_{05} \cdot q_{05}} = 1.163 $$

$$ {}_{05}^{q}I_{07}^{L} = \frac{\sum p_{05} \cdot q_{07}}{\sum p_{05} \cdot q_{05}} = 0.548 $$

$$ {}_{05}^{p}I_{07}^{P} = \frac{\sum p_{07} \cdot q_{07}}{\sum p_{05} \cdot q_{07}} = 1.156 $$

$$ {}_{05}^{q}I_{07}^{P} = \frac{\sum p_{07} \cdot q_{07}}{\sum p_{07} \cdot q_{05}} = 0.544 $$

$$ {}_{05}^{p}I_{07}^{F} = \sqrt{1.163 \cdot 1.156} = 1.159 $$

$$ {}_{05}^{q}I_{07}^{F} = \sqrt{0.548 \cdot 0.544} = 0.546 $$

$$ {}_{05}^{v}I_{07} = \frac{76.9}{121.5} = 0.633 $$

Tra il 2005 e il 2007, il valore dell'aggregato ha registrato una diminuzione pari a circa il 37%. Essa è il risultato di una riduzione delle quantità (o volume) dei prodotti acquistati (circa - 45.5%) e di un incremento di prezzo del paniere pari a circa il 16%.

PEARSON

Variazioni congiunturali e tendenziali

Data la serie mensile (o trimestrale) di un generico fenomeno X:

- la **variazione congiunturale** misura la variazione percentuale registrata da X tra il periodo *m* (mese o trimestre) e quello precedente *m-1*;
- la **variazione tendenziale** misura la variazione percentuale di X tra il periodo *m* (mese o trimestre) dell'anno t e lo stesso periodo *m* ma relativo all'anno precedente t-1.

- E' prassi calcolare variazioni congiunturali e tendenziali a partire da serie mensili (o trimestrali) di numeri indici a base fissa applicando la proprietà di circolarità (anche se non formalmente corretto!!)

Variazioni tendenziali (grafico a) e congiunturali (grafico b) dell'indice generale dei prezzi al consumo (NIC) – Italia – 2011.

Non è possibile visualizzare questa immagine.

Non è possibile visualizzare questa immagine.

PEARSON

La scomposizione della variazione di un indice generale negli effetti imputabili alle sue componenti; il caso dell'Indice generale dei prezzi al consumo

Indici elementari di prezzo

⇩

Medie ponderate con formula di Laspeyres

⇩

Sub-indici (settori di attività, categorie di consumo)

⇩

Medie ponderate con formula di Laspeyres

⇩

Indice generale dei prezzi

Dagli indici elementari ai sub-indici

$$ {}_0I_t^g = \frac{\sum_{i=1}^{S} \frac{p_{it}}{p_{i0}} \cdot v_{i0}}{\sum_{i=1}^{S} v_{i0}} = \sum_{i=1}^{S} \frac{p_{it}}{p_{i0}} \cdot w_{i0} $$

v_{i0}= è l'ammontare di spesa al tempo base destinata all'acquisto del prodotto i-esimo

w_{i0}= è il peso dell'i-esimo prodotto nella determinazione del sub-indice

g = gruppo di prodotti per il quale si intende costruire un sub-indice

i = generico prodotto per il quale è disponibile l'indice elementare di prezzo

Dai sub-indici all'indice generale

$$ {}_0I_t^G = \frac{\sum_{g=1}^{K} {}_0I_{gt} \cdot v_{g0}}{\sum_{g=1}^{K} v_{g0}} = \sum_{g=1}^{K} {}_0I_{gt} \cdot w_{g0} $$

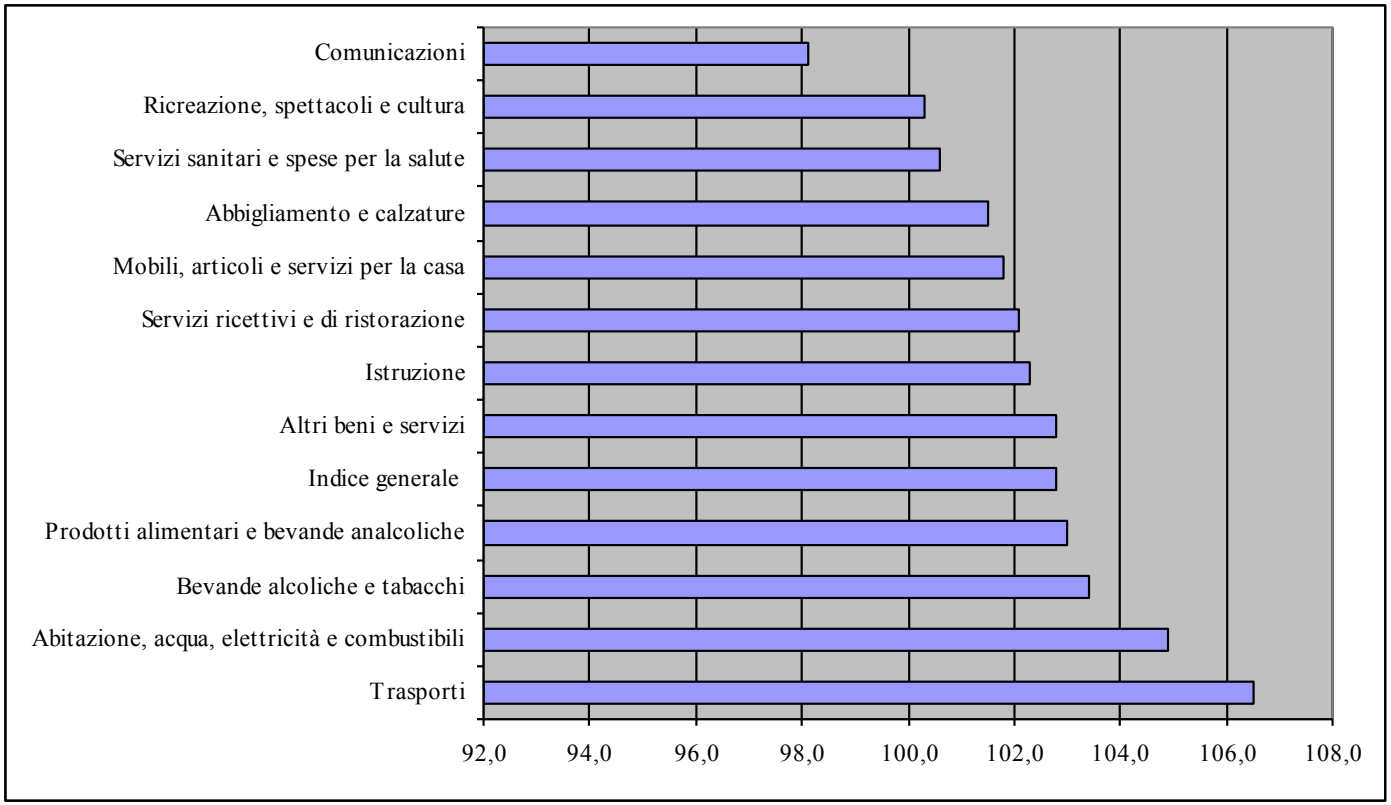
v_{g0}= è l'ammontare di spesa al tempo base destinata all'acquisto di prodotti del gruppo *g*

w_{g0}= è il peso del *g-esimo* gruppo nella determinazione dell'indice generale

Perché sono utili i sub-indici

E' possibile evidenziare la dinamica dei prezzi dei vari gruppi di beni e servizi rispetto al periodo base.

Istat - Graduatoria dell'indice NIC dei prezzi al consumo per divisione– Italia Nord-Occidentale media 2011– base 2010 = 100

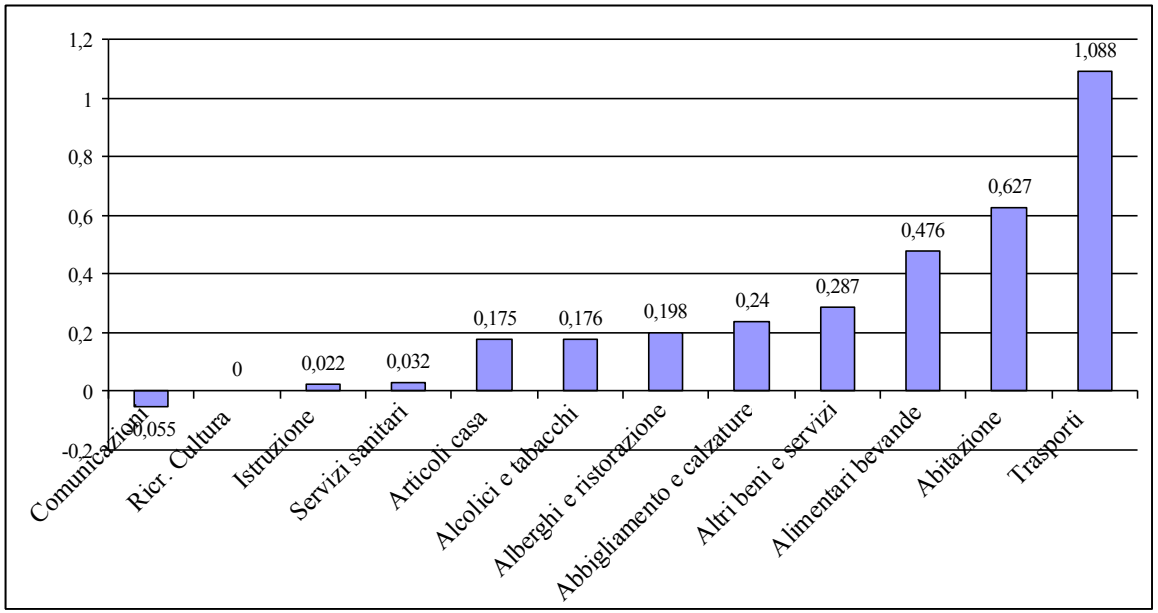


PEARSON

Perché sono utili i sub-indici

E' possibile scomporre la variazione dell'Indice generale nelle variazioni imputabili a ciascun sub-indice.

Istat -Indici dei prezzi al consumo per divisione di spesa Dicembre 2011, **contributo alla variazione tendenziale** dell'indice generale



la variazione riconducibile al generico gruppo g è data da:

$$C_g = {}_0I_{gt} \cdot w_{g0}$$

La variazione nominale e reale nel tempo di un aggregato monetario

Non è possibile visualizzare questa immagine.

Valore dell'aggregato A (composto da K merci) relativo al periodo *t*

Non è

Quantità della i-esima merce al tempo *t*

Non

Prezzo della i-esima merce al tempo *t*

Non è possibile visualizzare questa immagine.

Numero indice di valore che misura la **variazione nominale o a prezzi correnti**

*Variazione **reale** di un aggregato monetario*

$$\frac{A_{t(0)}}{A_0} = \frac{\sum_{i=1}^{K} p_{i,0} q_{i,t}}{\sum_{i=1}^{K} p_{i,0} q_{i,0}}$$

$A_{t(0)}$ = aggregato al tempo *t* valutato ai prezzi in vigore al tempo *0*.

N.B. numero indice di quantità (Laspeyres)!

- **Metodo diretto**: moltiplicando le quantità (vendute, prodotte, consumate ecc.) al tempo *t* per i corrispondenti prezzi in vigore al tempo *0.*
- **Metodo indiretto**: utilizzando numeri indici sintetici di prezzo o quantità.

Metodo indiretto per il calcolo di $A_{t(0)}$

deflazione

$$A_{t(0)} = \sum p_0 q_t = \sum p_t q_t \cdot \frac{\sum p_0 q_t}{\sum p_t q_t} = \frac{A_t}{{}_0^p I_t^P}$$

Si divide l'aggregato A_t *per un indice dei prezzi Paasche*

estrapolazione

$$A_{t(0)} = \sum p_0 q_t = \sum p_0 q_0 \cdot \frac{\sum p_t q_0}{\sum p_0 q_0} = A_0 \cdot {}_0^q I_t^L$$

Si moltiplica l'aggregato A_0 *per un indice di quantità Laspeyres*

Esercizio: calcolare la variazione nominale e reale della produzione di un paese immaginario (vedi tabella)

Periodo	bene 1		bene 2		bene 3	
	q	p	q	p	q	P
0	1000	1,2	800	2,5	500	10
T	1100	1,6	850	2,3	600	8

$$ {}_0^v I_t = \frac{\sum_{i=1}^{3} p_{i,t} q_{i,t}}{\sum_{i=1}^{3} p_{i,0} q_{i,0}} = \frac{(1100 \cdot 1{,}6) + (850 \cdot 2{,}3) + (600 \cdot 8)}{(1000 \cdot 1{,}2) + (800 \cdot 2{,}5) + (500 \cdot 10)} = \frac{8515}{8200} = 1{,}038 $$

La produzione nominale è aumentata del 3,8%

$$ \frac{\sum_{i=1}^{3} p_{i,0} \cdot q_{i,t}}{\sum_{i=1}^{3} p_{i,0} \cdot q_{i,0}} = \frac{(1100 \cdot 1{,}2) + (850 \cdot 2{,}5) + (600 \cdot 10)}{(1000 \cdot 1{,}2) + (800 \cdot 2{,}5) + (500 \cdot 10)} = \frac{9445}{8200} = 1{,}15 $$

La produzione reale è aumentata del 15%

Supponiamo di non disporre dei dati analitici su prezzi e quantità, ma di avere soltanto le seguenti informazioni:

$A_t = 8515$

$A_0 = 8200$

$${}_0^pI_t = 90{,}2\%$$

Calcolo $A_{t(0)}$ per deflazione

$$\sum p_0 q_t = \frac{8515}{{}_0^pI_t} = \frac{8515}{0{,}902} = 9445$$

$$\frac{\sum p_0 q_t}{\sum p_0 q_0} = \frac{9445}{8200} = 1{,}15$$

L'impiego della analisi shift-share per la individuazione dei fattori che influenzano la variazione temporale di un fenomeno economico

X è un fenomeno economico (numero di imprese, unità locali, occupati, o anche valore aggiunto delle imprese) le cui manifestazioni sono state rilevate contemporaneamente per settore di attività economica *i* (i=1,2,..,k) e per territorio *j* (j=1,2,…,m) al tempo *t* e al tempo *0*.

L'analisi shift-share consente di evidenziare il contributo alla variazione dovuto alla struttura produttiva e alla competitività del territorio del sistema economico analizzato.

- **Componente tendenziale (CM)**: misura la parte di variazione riconducibile all'andamento registrato dal fenomeno nell'area territoriale di ordine superiore.

- **Componente strutturale (CS)**: misura la parte di variazione attribuibile alla configurazione di partenza del sistema produttivo dell'area considerata.

- **Componente "locale" (CL)**: esprime la parte di variazione riconducibile alla capacità di crescita propria del sistema economico dell'area considerata.

Si dimostra facilmente* che la variazione in termini assoluti registrata dal fenomeno X tra il tempo 0 e il tempo t (per l'area *j* e il settore *i*), può essere scomposta nelle tre componenti

$$x_{ij,t} - x_{ij,0} = CM_{ij} + CS_{ij} + CL_{ij}$$

Con:

$$CM_{ij} = x_{ij,0} \cdot r_{..}$$

$$CS_{ij} = x_{ij,0} \cdot (r_{i.} - r_{..})$$

$$CL_{ij} = x_{ij,0} \cdot (r_{ij} - r_{i.})$$

DOVE

$$r_{..} = \frac{x_{..,t} - x_{..,0}}{x_{..,0}}$$

$$r_{i\cdot} = \frac{x_{i\cdot,t} - x_{i\cdot,0}}{x_{i\cdot,0}}$$

$$r_{ij} = \frac{x_{ij,t} - x_{ij,0}}{x_{ij,0}}$$

*$CM_{ij} + CS_{ij} + CL_{ij} = [x_{ij,0} \cdot r_{..}] + [x_{ij,0} \cdot (r_{i.} - r_{..})] + [x_{ij,0} \cdot (r_{ij} - r_{i.})] = x_{ij,0} \cdot r_{ij} = x_{ij,t} - x_{ij,0}$

Esercizio: scomponete la variazione del numero di imprese registrata dalla provincia di Arezzo tra il 2007 e il 2008 utilizzando la shift-share analysis.

Numero imprese attive

	Provincia Arezzo		Toscana	
Attività economiche	**2007**	**2008**	**2007**	**2008**
Agricoltura, silvicoltura pesca	7.303	7.182	46.513	45.801
Attività manifatturiere	5.495	5.524	54.112	55.244
Costruzioni	5.718	5.819	62.253	63.962
Commercio all'ingrosso e al dettaglio	7.653	7.770	91.394	92.275
Attività di alloggio e ristorazione	1.512	1.569	20.033	20.822
Attività finanziarie e monetarie	711	715	7.286	7.354
Tutte le altre attività di servizi	5.785	5.944	76.604	78.728
Altri settori	96	110	1.336	1.797
TOTALE	**34.273**	**34.633**	**359.531**	**365.983**

i=1,2,3,…8 settori produttivi

j=1 Provincia di Arezzo

Variazione assoluta del numero di imprese

$X_{2008} - X_{2007} = 360$

Calcolo della componente tendenziale o della macro area (CM)

$$CM = x_{..,2007} \cdot r_{..} = 34273 \cdot \frac{365983 - 359531}{359531} = 615$$

Calcolo della componente strutturale (CS)

$$CS = \sum_{i=1}^{8} x_{i.}(r_{i.} - r_{..}) = 7303 \cdot \left(\frac{45801 - 46513}{46513} - \frac{365983 - 359531}{359531} \right) + 96 \cdot \left(\frac{1797 - 1336}{1336} - \frac{365983 - 359531}{359531} \right) = -121$$

Calcolo della componente locale (CL)

$$CL = \sum_{i=1}^{8} x_{.i}(r_{ij} - r_{i.}) = 7303 \cdot \left(\frac{7182 - 7703}{7730} - \frac{45801 - 46513}{46513} \right) + 96 \cdot \left(\frac{110 - 96}{96} - \frac{365983 - 359531}{359531} \right) = -134$$

Scomposizione

360=615-121-134

Tassi di entrata e di uscita

Le unità di un fenomeno collettivo possono essere "mobili" modificando il loro "status" nel corso del tempo.
Ad esempio, per le giacenze dei prodotti in magazzino, possiamo individuare i momenti di Entrata, Giacenza ed Uscita.

Tassi di entrata

$$\frac{E_1}{\frac{C_0 + C_1}{2}}$$

Tassi di uscita

$$\frac{U_1}{\frac{C_0 + C_1}{2}}$$

E_1 : flusso di merci entrate in magazzino nel periodo considerato

U_1 : flusso di merci uscite dal magazzino nel periodo considerato

C_0, C_1: consistenza di merci in magazzino rispettivamente all'inizio e alla fine del periodo considerato

Rapporti di rinnovo e durata

Quota del collettivo che si rinnova nel periodo:

$$\text{Rapporto di rinnovo} = \frac{\dfrac{E_1 + U_1}{2}}{\dfrac{C_0 + C_1}{2}} = \frac{E_1 + U_1}{C_0 + C_1}$$

Tempo necessario perché la popolazione si rinnovi completamente o permanenza media delle unità nella popolazione:

$$\text{Rapporto di durata} = \frac{\dfrac{C_0 + C_1}{2}}{\dfrac{E_1 + U_1}{2}} = \frac{C_0 + C_1}{E_1 + U_1}$$

Nella gestione delle risorse umane i rapporti di entrata, di uscita e di rinnovo sono, generalmente, chiamati **tassi di turnover**.

La misura della mobilità tra vari possibili "stati"

Tabella (o matrice) di transizione tra il tempo t-1 e il tempo t delle n unità di un collettivo

		Stato al tempo t						Uscite	Totale
		S_1	S_2	…	S_j	…	S_k		
Stato al tempo t-1	S_1	n_{11}	n_{12}		n_{1i}	…	n_{1k}	U_1	$n_{1.(t-1)}$
	S_2	n_{21}	n_{22}	…	n_{2ij}		n_{2k}	U_2	$n_{2.(t-1)}$
	…	…	…	…	…	.	…	…	…
	S_i	n_{i1}	n_{i2}	…	n_{ij}	…	n_{ik}	U_i	$n_{i.(t-1)}$
	…	…	…	…	…	…	…	…	…
	S_k	n_{k1}	n_{k2}	…	n_{kj}	…	n_{2k}	U_k	$n_{k.(t-1)}$
Entrate		E_1	E_2	…	E_j	…	E_k		
Totale		$n_{.1t}$	$n_{.2t}$	…	$n_{.jt}$	…	$n_{.kt}$		$n_{..(t-1)}$ / $n_{..(t)}$

- Righe: destinazione delle unità presenti nello stato *i* al tempo *t-1* verso gli stati (*1..j..k)* al tempo *t* + eventuali uscite (U_i) dal collettivo.
- Colonne: provenienza dai vari stati (*1..i..k*) delle unità presenti nello stato *j* al tempo *t* + eventuali entrate (E_i) dirette nello stato *j* tra il tempo *t-1* e *t*.

Tassi di permanenza, transizione, entrata ed uscita

Tasso di permanenza nello stato *i* (*i*= *1,2,…i,…,k*):

$$p_{ii} = \frac{n_{ii}}{n_{i.,t-1}}$$

Tasso di transizione dallo stato *i* allo stato *j*

$$p_{ij} = \frac{n_{ij}}{n_{i.,t-1}}$$

Tassi di entrata e di uscita

$$e_i = \frac{E_i}{n_{i.(t-1)}} \qquad u_i = \frac{U_i}{n_{i.(t-1)}}$$

Tabella dei tassi di transizione tra livelli professionali

Livelli professionali	1	2	3	…	k
1	p_{11}	p_{12}			
2		p_{22}	p_{23}		
3			p_{33}	…	
…				…	
k					p_{kk}

Si assume che gli spostamenti di carriera possano avvenire esclusivamente da una qualifica a quella immediatamente superiore senza retrocessioni o salti.

Ipotizzando che i tassi di permanenza e di transizione possano essere considerati validi anche per i periodi futuri è possibile **effettuare una previsione** sull'ammontare di personale per qualifica ad uno o più tempi successivi.

Esercizio: utilizzando la tabella di transizione riportata di seguito, effettuate una previsione sulla ripartizione del personale per categoria professionale per il periodo t+1.

		Categoria professionale (t)				Totale (t-1)
		1	2	3	4	
Categoria professionale (t-1)	1	400	50	50	-	500
	2	-	270	30	-	300
	3	-	-	70	30	100
	4	-	-	-	25	25
Totale (t)		400	320	150	55	

PEARSON

Tabella dei tassi di transizione e permanenza

		Categoria professionale (t)				Totale
		1	2	3	4	
Categoria professionale (t-1)	1	0,80	0,10	0,10		1,00
	2		0,90	0,10		1,00
	3			0,70	0,30	1,00
	4				1,00	1,00
Totale		0,43	0,35	0,16	0,06	1,00

PEARSON

Previsioni per il tempo *t+1*

		Categoria professionale (t+1)				Totale (t)
		1	2	3	4	
Categoria professionale (t)	1	320	40	40	0	400
	2	0	288	32	0	320
	3	0	0	105	45	150
	4	0	0	0	55	55
Totale (t+1)		320	328	177	100	925

PEARSON