

Nome docente	Prof. Pancrazio Amato
Corso di laurea	Economia e Commercio
Anno accademico	2013 - 2014
Periodo di svolgimento	secondo semestre
Crediti formativi universitari (CFU)	10 CFU
Settore scientifico disciplinare	SECS/S06

Programma di Matematica per l'Economia (a. a. 2013/2014)
(Prof. Amato Pancrazio)

Università degli Studi di Bari Aldo Moro
Dipartimento di Scienze Economiche e Metodi Matematici
Corso di Laurea in **Economia e Commercio**

Pre-requisiti

- *Conoscenze di base (che dovrebbero essere) acquisite nella scuola media superiore, in particolare: calcolo algebrico, elementi di base di geometria euclidea e analitica (equazione della retta, parallelismo, perpendicolarità), calcolo trigonometrico.*

Obiettivi del corso

- *conoscenza degli strumenti matematici di base di uso frequente nelle scienze economiche, finanziarie e attuariali;*
- *acquisizione di tecniche di analisi quantitativa inerenti i problemi di valutazione e di scelta in ambito economico, finanziario e attuariale.*

Programma del corso

Elementi di teoria degli insiemi.

Simboli logici, Insiemi, elementi, operazioni sui sottoinsiemi di un insieme: unione, intersezione, differenza, complementare, differenza simmetrica, proprietà. Prodotto cartesiano di due o più insiemi, relazioni binarie, relazioni di equivalenza e d'ordine, partizioni, insieme quoziente. Il linguaggio della matematica.

Insiemi numerici.

L'insieme \mathbf{N} dei numeri naturali, i numeri primi, **teorema di Euclide**, proprietà e applicazioni (RSA e altri sistemi di sicurezza). L'insieme \mathbf{Z} degli interi relativi, l'insieme \mathbf{Q} dei numeri razionali, relative proprietà, loro strutture algebriche e di ordine.

Applicazioni o funzioni fra insiemi.

Funzione iniettiva, surgettiva, bigettiva, invertibile, funzione inversa, funzione composta di due o più funzioni, **teorema della composta**, restrizioni e prolungamenti di funzioni.

Il sistema dei numeri reali.

La struttura algebrica e d'ordine dell'insieme \mathbf{R} dei numeri reali e le relative leggi, intervalli di \mathbf{R} , rappresentazione geometrica di \mathbf{R} , equazioni e disequazioni algebriche di I° . Rappresentazione decimale dei numeri reali, l'insieme ampliato $\tilde{\mathbf{R}}$ dei numeri reali. Sezioni di \mathbf{R} , assioma di completezza o di Dedekind, inesistenza in \mathbf{Q} ed esistenza in \mathbf{R} della $\sqrt{2}$, numeri irrazionali, equazioni e

disequazioni algebriche di II° o di grado superiore ad esse riconducibili. Intorni di un punto di $\tilde{\mathbf{R}}$, punti isolati, punti interni, punti di accumulazione, punti di frontiera di un sottoinsieme di \mathbf{R} , insiemi aperti, chiusi. Maggioranti e minoranti di un sottoinsieme di \mathbf{R} , insiemi limitati, insiemi compatti. Estremi di un insieme: massimo e minimo, estremo superiore ed estremo inferiore di un insieme, proprietà caratteristiche.

Funzioni reali di una variabile reale.

\mathbf{R}^2 , sottoinsiemi rilevanti, rappresentazione grafica. Funzioni reali di variabile reale, immagini

dirette e inverse, grafico di una funzione reale di variabile reale. Estremi di una funzione reale di una variabile reale: maggioranti, minoranti, massimo e minimo, estremo superiore ed inferiore, punti di estremo locale o globale. Funzioni limitate, monotone, convesse, periodiche. *Le funzioni elementari*: funzione costante, identica, affine, valore assoluto, potenza n-sima, teorema della radice n-sima, funzione radice n-sima, funzione potenza con esponente razionale, funzione esponenziale e logaritmica, potenza ad esponente reale, funzioni circolari e circolari inverse. Equazioni e disequazioni. Determinazione del dominio di una funzione.

Successioni di numeri reali.

Definizione di successione, principio di induzione, successioni definite per ricorrenza, progressione aritmetica e progressione geometrica, applicazioni: operazioni e grandezze finanziarie elementari, capitalizzazione semplice e composta. Fattoriale di un numero naturale, coefficienti binomiali, formula del binomio di Newton. Limiti di successioni, successioni convergenti, divergenti, regolari. **Teorema di unicità del limite**, teoremi di confronto, operazioni sui limiti di successioni, teorema sulle successioni monotone, forme di indecisione. Il numero di Nepero, suo significato finanziario.

Limiti.

Limite di una funzione in un punto e suo significato, funzioni regolari in un punto. Teorema di unicità del limite, limiti di restrizioni, carattere locale del limite, **test di non regolarità**. Limite destro e limite sinistro, teorema relativo. **Teorema della permanenza del segno**. Teoremi di confronto, **teorema dei carabinieri**, criterio di divergenza. Operazioni sui limiti, teorema di linearità. Forme indeterminate. Limite della funzione composta e delle funzioni monotone. Limiti delle funzioni elementari, limiti notevoli. Confronto di infinitesimi ed infiniti: i simboli di Landau.

Continuità.

Definizione di funzione continua e suo significato geometrico. **Teorema della permanenza del segno per funzioni continue**. Punti di discontinuità e loro classificazione. Continuità della somma, del prodotto, teorema di linearità, del rapporto e della composta di funzioni continue. Criterio di continuità delle funzioni monotone. Continuità delle funzioni elementari. Capitalizzazione semplice e composta nel continuo. Teorema degli zeri, **teorema dei valori intermedi e teorema di Bolzano**. Teorema di Weierstrass, **teorema di Bolzano - Weierstrass**.

Calcolo differenziale e applicazioni.

Definizione di derivata e di funzione derivabile. Significato fisico, geometrico ed economico della derivata, equazione della retta tangente. **Teorema di continuità delle funzioni derivabili.** Regole di derivazione. Derivate successive e spazi di Lagrange. Derivata della funzione composta e della funzione inversa. Derivate delle funzioni elementari. Tavola della derivazione. Elasticità e semielasticità, forza d'interesse di una legge finanziaria. Derivata destra e sinistra. Punti angolosi e cuspidali. Punti di estremo locale, massimi e minimi relativi. **Teorema di Fermat, di Rolle, di Lagrange** e di Cauchy. **Teorema della derivata nulla, test di monotonia per funzioni derivabili.** Condizioni sufficienti per punti di estremo locali. Ricerca del massimo (minimo) globale, **teorema dei punti critici.** Test di convessità (concavità). Punti di flesso: condizione necessaria e condizioni sufficienti. Teorema di De L'Hospital ed applicazioni. Formula di Taylor del II° ordine. Relazioni asintotiche e loro applicazione per il calcolo dei limiti in forma di indecisione. Asintoti, studio del grafico di una funzione.

Elementi di teoria dell'integrazione.

Funzioni integrabili secondo Riemann in un intervallo compatto, **teorema di positività e di monotonia dell'integrale**, area del rettangoloide, altre proprietà dell'integrale. Integrabilità delle funzioni continue e delle funzioni monotone. **Teorema della media.** Teorema di Torricelli-Barrow. **Formula fondamentale del calcolo integrale.** Rappresentazione in forma integrale di leggi finanziarie. **Integrale indefinito:** primitive, **proprietà.** Integrali immediati. Metodi di integrazione per parti e per sostituzione, integrazione di alcuni tipi di funzioni.

Elementi di algebra lineare.

Vettori di \mathbf{R}^n e relative operazioni. Vettori linearmente indipendenti e basi in spazi euclidei. Matrici, determinanti e relative proprietà. Rango di una matrice. Teorema di Kronecker (o degli orlati). Sistemi di equazioni lineari. Teoremi di Cramer e di Rouchè-Capelli.

Funzioni reali di due variabili reali.

Funzioni elementari in due variabili, grafico, linee coordinate e linee di livello. Funzioni di produzione. Limiti e continuità, teoremi relativi. Derivate parziali, gradiente, differenziabilità, piano tangente, teorema del differenziale totale. Differenziabilità della funzione composta. Derivate direzionali e formula del gradiente. Proprietà del gradiente. Derivate parziali seconde e Teorema di Schwarz. Ottimizzazione libera: condizione necessaria affinché un punto sia di estremo locale, matrice hessiana, test dell'hessiano. Ottimizzazione vincolata: cenni al metodo dei moltiplicatori di Lagrange. Leggi finanziarie, proprietà, forza d'interesse, teorema di rappresentazione e **teorema di scindibilità**, teorema di uniformità.

Nota: tutti gli studenti sono tenuti a conoscere le definizioni e gli enunciati di tutti i teoremi e proposizioni indicati nel programma. Di ciascuno dei teoremi evidenziati in grassetto occorre conoscere anche la dimostrazione.

Testi consigliati

- 1) G. Anichini, G. Conti, Analisi Matematica I, Pearson Education
- 2) P. Marcellini, C. Sbordone, Esercitazioni di Matematica, Volume I, Parte prima e seconda, Liguori Editore, Napoli
- 3) A. Attalienti, S. Ragni, Esercitazioni di Matematica, G. Giappichelli Editore, Torino
- 4) S. Warner, S. R. Costenoble, Strumenti quantitativi per la gestione aziendale 2 vol., Apogeo

Modalità di accertamento conoscenze

- Esoneri: No
- Prova Scritta: **Si**
- Colloquio Orale: **Si**

Forme di assistenza allo studio

- Corso presente nella zona in e-learning del Sito Web di Facoltà: **Si**

Organizzazione della didattica

- Cicli interni di lezione: No
- Corsi integrativi: No
- Esercitazioni: **Si**
- Seminari: **Si**
- Attività di laboratorio: No
- Project work: No
- Visite di studio: No